Übungsblatt 1

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie $\partial z/\partial x$ und $\partial z/\partial y$ für die folgenden Funktionen:

a) $z = 5x^4y^2 - 2xy^5$

b) $z = e^{xy}$

c) $z = ln(xy)$

(Sydsaeter/Hammond; Kapitel 11.2; Aufgabe 2)

Aufgabe 2:

Finden Sie alle partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung:

a) $z = x^5 - 3x^2y + y^6$

b) $z = \frac{(x-y)}{(x+y)}$

c) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

(Sydsaeter/Hammond; Kapitel 11.2; Aufgabe 4)

Aufgabe 3:

a) Gegeben sei $\alpha_n = \frac{3-n}{2n-1}$ und $\beta_n = \frac{n^2+2n-1}{3n^2-2}$, $n = 1, 2, ...$ Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

   i) $\lim_{n\to\infty} \alpha_n$
   ii) $\lim_{n\to\infty} \beta_n$
   iii) $\lim_{n\to\infty}(3\alpha_n + 4\beta_n)$
   iv) $\lim_{n\to\infty} \frac{\alpha_n}{\beta_n}$

b) Verwenden Sie die Regel von L'Hôspital, um den Grenzwert von $\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{x^2-1}$ zu bestimmen.

(Sydsaeter/Hammond; Kapitel 7.11; Aufgabe 1 a, b, c, e)

Aufgabe 4:

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte

i) $\lim_{x\to 0^+} x \ln x$

ii) $\lim_{x\to 0^+} (xe^{1/x} - x)$

(Sydsæter/Hammond, Aufgabe 7.12.3 b/c)

Aufgabe 5:

a) Benutzen Sie die partielle Integration $\left[\int f(x)g'(x)\mathrm{d}x = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)\mathrm{d}x\right]$, um das folgende Integral zu bestimmen:

$\int (1+x^2)e^{-x}\mathrm{d}x$

b) Berechnen Sie das folgende Integral:

$\int_0^1 x^2 e^x \mathrm{d}x$

Aufgabe 6:

Benutzen Sie die partielle Integration $\left[\int f(x)g'(x)\mathrm{d}x = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)\mathrm{d}x\right]$, um das folgende Integral zu bestimmen:

$\int x \ln x \mathrm{d}x$